Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Traitement de données

Session 2013 • Code sujet : **2013-BTS103-NOR-ME-RE** • Durée : **3 heures**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Évolution du nombre de départements signalant la présence du frelon asiatique** (8 questions) **Page 3**

2. **Loi normale et longueur de l'abdomen des abeilles CARNICA** (4 questions) **Page 6**

3. **Contrôle de l'étalonnage d'une machine de conditionnement du miel** (3 questions) **Page 8**

4. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) **Page 9**

Sujet officiel (PDF) : https://btsabioqualim.fr/assets/annales/btsa-bioqualim/E7 - Conduire une production agroalimentaire/2013/BTSA BIOQUALIM - E7 - Conduire une production agroalimentaire - Session 2013 - 1-Sujet.pdf

1. Évolution du nombre de départements signalant la présence du frelon asiatique

Les données de 2004 à 2011 indiquent le nombre de départements signalant la présence du frelon asiatique, en fonction du rang de l'année, et définissent Z = ln Y. L'exercice compare les ajustements de Y et de Z en X, étudie les résidus et demande une estimation pour 2013.

Question 1. À l'aide de la calculatrice, donner les coefficients de corrélation linéaire entre X et Y, puis entre X et Z. Arrondir les résultats au millième.

Pour chaque série, le coefficient de corrélation se calcule à partir des huit rangs observés et des valeurs associées. Pour la seconde série, on remplace chaque valeur de Y par son logarithme naturel, puisque Z = ln Y. Les deux coefficients sont positifs, ce qui traduit des tendances croissantes. Celui de Y est plus proche de 1 : le lien linéaire avec le rang est donc plus marqué pour Y que pour Z.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> r(X,Y) = 0,991 ; r(X,Z) = 0,913.

Question 2. Déduire la valeur du coefficient de détermination entre X et Y et expliquer ce que signifie ce résultat.

Pour l'ajustement linéaire de Y en X, le coefficient de détermination est le carré du coefficient de corrélation calculé à la question précédente. Il mesure la part de la dispersion observée de Y expliquée par la droite d'ajustement sur les données étudiées. Une valeur proche de 1 indique un ajustement affine étroit, mais ne démontre pas que le rang de l'année cause l'évolution observée.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> R^2 = 0,982 : l'ajustement linéaire explique environ 98,2 % de la dispersion de Y.

Question 3. En s'appuyant sur les représentations graphiques et sur les résultats de la question 1, indiquer l'ajustement qui semble le plus pertinent.

Le nuage de points de (x_i, y_i) suit globalement une direction rectiligne et les points restent proches de la droite représentée. Le coefficient de corrélation de cette série, 0,991, est également plus proche de 1 que celui de (x_i, z_i), égal à 0,913. Les deux indices vont dans le même sens : parmi les deux modèles proposés, l'ajustement affine direct de Y en X est le plus pertinent.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> L'ajustement linéaire de Y en X est le plus pertinent.

Question 4. **Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de Y en X. Arrondir les résultats au millième.**

La pente de la droite des moindres carrés est le quotient de la covariance par la variance de X. À partir des huit couples, le numérateur correspondant vaut 294 et la somme des carrés centrés de X vaut 42, d'où une pente de 7. Les moyennes sont $\bar{x} = 4{,}5$ et $\bar{y} = 22{,}75$. L'ordonnée à l'origine vaut $\bar{y} - 7\bar{x} = -8{,}75$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Droite d'ajustement : $\hat{y} = 7{,}000x - 8{,}750$.

Question 5. **Pour chaque rang i de 1 à 8, calculer le résidu $e_i = y_i - \hat{y}_i$, où $\hat{y}_i$ est l'estimation de y_i calculée avec la droite d'ajustement de Y en X. Arrondir les résultats au millième.**

Pour chaque rang, on calcule d'abord l'estimation avec la droite $\hat{y} = 7x - 8{,}75$, puis on soustrait cette estimation à la valeur observée : $e_i = y_i - \hat{y}_i$. Un résidu positif signifie que la valeur observée dépasse l'estimation ; un résidu négatif signifie qu'elle lui est inférieure. Les huit résultats sont donnés ci-dessous, arrondis au millième.

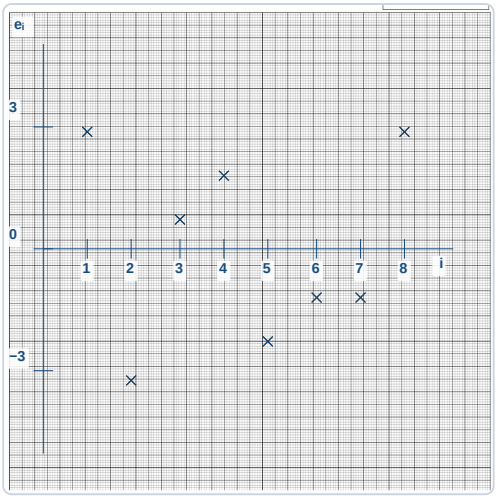
Rang i	Résidu e_i
1	2,750
2	−3,250
3	0,750
4	1,750
5	−2,250
6	−1,250
7	−1,250
8	2,750

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> e_i : 2,750 ; −3,250 ; 0,750 ; 1,750 ; −2,250 ; −1,250 ; −1,250 ; 2,750.

Question 6. **Représenter graphiquement la série des points (x_i, e_i) dans un repère orthogonal.**

On place les rangs i en abscisse et les résidus e_i en ordonnée, en utilisant le quadrillage du document réponse. La droite horizontale représente $e = 0$; les résidus positifs sont au-dessus et les négatifs au-dessous. Les huit points sont reportés sans être reliés. Les repères de rang et de résidu ajoutés au visuel permettent de lire leur position dans le repère orthogonal.

Série des résidus sur le repère



✓ RÉPONSE À RETENIR

Points : (1 ; 2,750), (2 ; −3,250), (3 ; 0,750), (4 ; 1,750), (5 ; −2,250), (6 ; −1,250), (7 ; −1,250), (8 ; 2,750).

Question 7. Indiquer si la représentation graphique de la série des résidus confirme le choix de l'ajustement proposé.

Les résidus prennent des valeurs positives et négatives, et restent relativement proches de zéro. Leur succession présente des fluctuations, mais pas de tendance régulière clairement croissante ou décroissante. Sur le graphique, ils sont globalement répartis de part et d'autre de l'axe horizontal. Cette observation soutient le choix de l'ajustement linéaire pour les données étudiées, sans garantir la pertinence d'une extrapolation très éloignée de la période observée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, la répartition des résidus autour de zéro confirme le choix de l'ajustement linéaire de Y en X.

Question 8. Déduire une estimation du nombre de départements qui signaleront la présence de frelons asiatiques en 2013. Arrondir les résultats au millième.

Le rang 1 correspond à 2004 ; chaque année supplémentaire augmente le rang d'une unité. Ainsi, 2013 correspond au rang 10. On remplace alors x par 10 dans la droite d'ajustement obtenue : $\hat{y} = 7 \times 10 - 8{,}75 = 61{,}25$. La valeur représente une estimation issue du modèle linéaire, et non un dénombrement exact. Arrondie au millième, elle vaut 61,250 départements.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Estimation pour 2013 : 61,250 départements, soit environ 61.

2. Loi normale et longueur de l’abdomen des abeilles CARNICA

L’étude porte sur la longueur L, en millimètres, de l’abdomen d’une abeille ouvrière de race CARNICA, modélisée par une loi normale de moyenne 7 et d’écart type 0,9. Les questions portent sur la variable centrée réduite, des probabilités, un intervalle contenant 95 % des valeurs et un seuil de sélection des plus grandes longueurs.

Question 1. On définit U = (L − 7) / 0,9. À l’aide des propriétés de l’espérance mathématique et de la variance d’une variable aléatoire, vérifier que E(U) = 0 et V(U) = 1.

On utilise les propriétés de l’espérance et de la variance pour une transformation affine. Comme **E(L) = 7**, on obtient **E(U) = (E(L) − 7) / 0,9 = (7 − 7) / 0,9 = 0**. Pour la variance, la soustraction de 7 ne la modifie pas et la division par 0,9 la divise par $0{,}9^2$. Ainsi, **$V(U) = V(L) / 0{,}9^2 = 0{,}9^2 / 0{,}9^2 = 1$**, puisque l’écart type de L vaut 0,9.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La variable U a une espérance égale à 0 et une variance égale à 1.

Question 2. Calculer la probabilité que la longueur de l’abdomen d’une abeille prélevée au hasard soit strictement inférieure à 6 millimètres.

La longueur est modélisée par une loi normale de moyenne 7 mm et d’écart type 0,9 mm. On la centre et on la réduit au seuil de 6 mm : **u = (6 − 7) / 0,9 ≈ −1,111**. La probabilité demandée vaut donc $\Phi(-1{,}111)$. Par symétrie de la loi normale, elle est égale à $1 - \Phi(1{,}111)$. Le calcul à la calculatrice donne environ 0,13326. La stricte inégalité ne change pas la probabilité, car une loi normale est continue.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité qu’un abdomen mesure moins de 6 mm est d’environ 0,133, soit 13,3 %.

Question 3. Déterminer un intervalle centré sur la moyenne et contenant 95 % des valeurs de L. Arrondir le résultat au centième.

Pour une loi normale, l’intervalle centré sur la moyenne contenant 95 % des valeurs est approximativement **[μ − 1,96σ ; μ + 1,96σ]**. Ici, μ = 7 mm et σ = 0,9 mm. Les bornes sont donc 7 − 1,96 × 0,9 = 5,236 mm et 7 + 1,96 × 0,9 = 8,764 mm. En arrondissant chaque borne au centième, on obtient l’intervalle demandé. Il s’agit d’un intervalle symétrique autour de la moyenne de 7 mm.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L’intervalle centré contenant environ 95 % des longueurs est [5,24 mm ; 8,76 mm].

Question 4. Déterminer la longueur seuil l_0 à partir de laquelle sélectionner les 20 % d'abeilles ayant les abdomens les plus grands. Arrondir le résultat au centième.

Sélectionner les 20 % d'abeilles ayant les plus grands abdomens revient à retenir les valeurs au-dessus du quantile d'ordre 0,80. Il faut donc déterminer u tel que $\Phi(u) = 0{,}80$. Dans la table, $\Phi(0{,}84) = 0{,}7995$, valeur très proche de 0,80. On en déduit le seuil $\mathbf{l_0 = 7 + 0{,}84 \times 0{,}9 = 7{,}756}$ **mm**. L'arrondi au centième donne la longueur seuil recherchée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le seuil de sélection des 20 % d'abeilles aux abdomens les plus longs est $l_0 \approx 7{,}76$ mm.

3. Contrôle de l’étalonnage d’une machine de conditionnement du miel

Une coopérative pèse un échantillon aléatoire simple de 300 pots de miel et présente les masses par classes. Les masses sont supposées uniformément réparties dans chaque classe, tandis que la masse d’un pot est modélisée par une loi normale de moyenne μ et d’écart type σ.

Question 1. À partir des données groupées en classes, donner une estimation ponctuelle de la moyenne μ et de la variance σ². Arrondir les résultats au millième.

Les centres des classes, pondérés par leurs effectifs, donnent la moyenne observée : $\hat{\mu} = (20 \times 117{,}5 + 100 \times 122{,}5 + 120 \times 127{,}5 + 60 \times 132{,}5)/300$. Pour la variance, la répartition uniforme dans chaque classe de largeur 5 ajoute $5^2/12$ à la variance des centres, calculée avec les effectifs et divisée par 300. On obtient ainsi les estimations ponctuelles de la moyenne et de la variance.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\hat{\mu} = 126{,}167$ g et $\hat{\sigma}^2 = 20{,}306$ g².

2.

Question 2.a. On désigne par $\bar{X}$ la variable aléatoire associant à chaque échantillon aléatoire simple de 300 pots sa masse moyenne. Donner la loi de probabilité de $\bar{X}$ en précisant ses paramètres. Arrondir les résultats au millième.

La masse d’un pot est supposée suivre une loi normale de moyenne μ et de variance σ^2. La moyenne de 300 pots suit donc une loi normale de moyenne μ et de variance $\sigma^2/300$. En utilisant les estimations obtenues à la question 1, on estime ces paramètres par 126,167 g et $20{,}306/300 \approx 0{,}068$ g², respectivement.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\overline{X} \sim \mathcal{N}(\mu ; \sigma^2/300)$, estimée par $\mathcal{N}(126{,}167 ; 0{,}068)$, avec la variance en second paramètre.

Question 2.b. Déterminer un intervalle de confiance de μ au niveau de confiance 0,99. Arrondir les résultats au millième.

La moyenne observée est $\overline{x} = 126{,}167$ g et l’écart type estimé de la moyenne vaut $\sqrt{20{,}306/300}$. Pour un niveau de confiance de 0,99, la table donne comme valeur critique environ 2,58. On forme donc l’intervalle $\overline{x} \pm 2{,}58\sqrt{20{,}306/300}$, puis on arrondit chacune de ses bornes au millième.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 99 % : $[125{,}495\ ;\ 126{,}838]$ g.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2013)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de Traitement de données du BTSA, session 2013 Métropole - Réunion, code 2013-BTS103-NOR-ME-RE, durée de 3 heures, sans coefficient imprimé. Les trois exercices étudient la propagation du frelon asiatique, les longueurs d'abdomen des abeilles CARNICA et le contrôle de masses de pots de miel. Les compétences évaluées sont l'ajustement statistique, les lois normales, l'estimation et les intervalles de confiance.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Dans un ajustement linéaire simple, le coefficient de détermination est le carré du coefficient de corrélation linéaire.
- Un résidu vaut $e_i = y_i - \hat{y}_i$; la représentation des résidus aide à apprécier la pertinence de l'ajustement.
- La standardisation $U = (L - \mu) / \sigma$ transforme une variable normale en variable normale centrée réduite.
- Pour un échantillon de taille n, l'écart type de la moyenne d'échantillon est $\sigma / \sqrt{n}$.

Points de vigilance & attentes du jury

- Distinguer le rang de l'année de l'année civile, notamment pour prévoir la valeur correspondant à 2013.
- Comparer les ajustements à l'aide des corrélations, des représentations graphiques et de la répartition des résidus.
- Pour sélectionner les 20 % de valeurs les plus grandes, utiliser la probabilité cumulée complémentaire.
- Pour les masses par classes, exploiter les effectifs et respecter l'hypothèse de répartition uniforme dans chaque classe.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment utiliser la table de la loi normale pour calculer une probabilité ?

Standardisez la variable avec $U = (X - \mu) / \sigma$. La table donne $\Phi(u) = P(U \leq u)$. Pour une probabilité à droite, calculez $1 - \Phi(u)$; pour un intervalle, soustrayez les probabilités cumulées correspondantes.

Q : Comment déterminer le seuil des 20 % de valeurs les plus grandes ?

Le seuil l_0 vérifie $P(L \geq l_0) = 0{,}20$, donc $P(L \leq l_0) = 0{,}80$. Repérez le quantile 0,80 de la loi normale centrée réduite, puis revenez à la variable L avec $L = \mu + \sigma U$.

Q : Comment organiser les trois heures de l'épreuve ?

Les trois exercices valent respectivement 8, 8 et 4 points. Vous pouvez répartir le temps selon ce barème, tout en réservant du temps aux calculs, aux graphiques et à la vérification des résultats et des arrondis.

Q : Quels arrondis et précautions de présentation faut-il respecter ?

Les résultats de l'exercice 1 sont arrondis au millième, ceux des questions 3 et 4 de l'exercice 2 au centième, et ceux de l'exercice 3 au millième. Présentez les paramètres et les unités utiles.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsabioqualim.fr/assets/annales/btsa-bioqualim/E7 - Conduire une production agroalimentaire/2013/BTSA BIOQUALIM - E7 - Conduire une production agroalimentaire - Session 2013 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTSA Qualité, Alimentation, Innovation et Maîtrise Sanitaire : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.